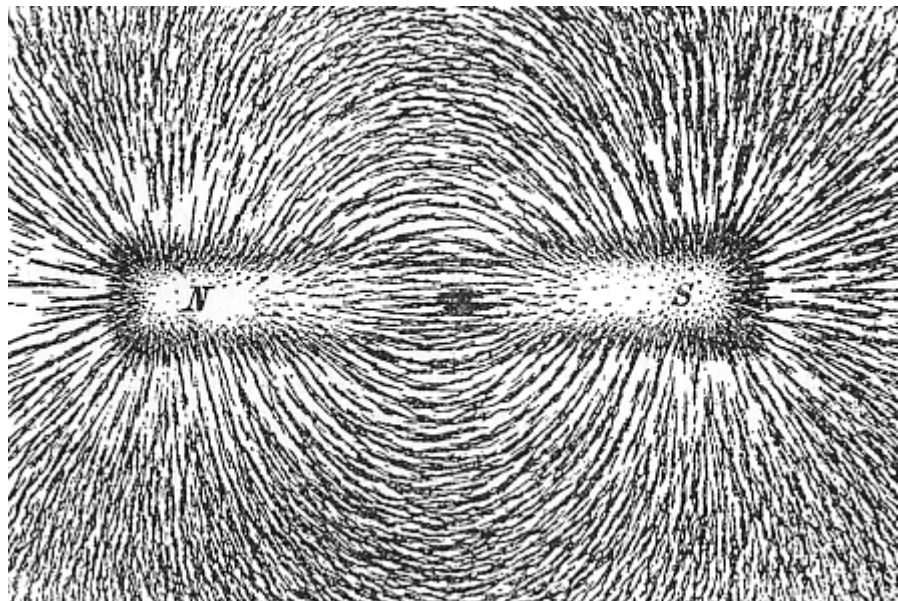


**GIOVANNI & SALVATORE
DI CECCA**

**FLUSSO DEL VETTORE
INDUZIONE MAGNETICA**



<http://www.dicecca.net>

FLUSSO DEL VETTORE INDUZIONE MAGNETICA

Questa tesina ha per tema il “flusso del vettore induzione magnetica”.

Essa potrebbe essere trattata direttamente discutendo l'argomento “flusso di un campo vettoriale” in generale per poi specializzare la discussione sul campo vettoriale che ci interessa.

Così facendo però la tesi verrebbe troppo misera e soprattutto non si avrebbe chiaro di che cosa ci stiamo occupando perché non abbiamo chiarito che cosa sia il vettore induzione magnetica, che è poi l'argomento principale del nostro tema “flusso”. Per cui preferiamo introdurre il vettore induzione magnetica seguendo passo passo il processo storico che ha portato alla sua acquisizione.

Per iniziare, cioè per introdurci allo studio dell'elettromagnetismo, è indispensabile spiegare che cosa è il campo elettrico, identificato dal vettore \vec{E} , che è l'origine da cui si deve partire per trattare questa parte della fisica.

Dando per noto che conosciamo che cosa sono le cariche elettriche, possiamo dire che “il campo elettrico, generato da una carica elettrica sorgente, è quella modificazione dello spazio fisico circostante tale carica, che teoricamente si estende dal punto in cui si trova la carica stessa fino all'infinito, capace di manifestare delle forze elettriche su altre cariche introdotte in tale spazio”.

In realtà le forze in questione si manifestano solo in uno spazio piuttosto limitato intorno alla carica origine in quanto, come si legge bene nella legge di Coulomb elettrica, queste forze decadono abbastanza rapidamente secondo il quadrato della distanza dalla carica origine e quindi le loro azioni, prodotte dal campo, vanno diminuendo molto rapidamente tanto da essere praticamente inapprezzabili ad una certa distanza dalla carica origine.

La legge di Coulomb elettrica è:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} * \frac{Qq}{R^2} \quad (1)$$

dove: F è la forza interagente tra le cariche,

Q è la carica sorgente del campo elettrico,

q è la carica esploratrice dello stesso, cioè una carica molto piccola che non altera il campo,

R è la distanza che separa le due cariche suddette,

ε è la "costante dielettrica assoluta",

cioè la responsabile della intensità della forza F in conseguenza del mezzo nel quale le cariche sono immerse.

Nel vuoto la ε viene indicata con ε_0 .

Poiché ϵ_0 è la costante dielettrica più piccola che esiste, risulta comodo introdurre la “costante dielettrica relativa” del mezzo considerato rispetto al vuoto, ϵ_r , definita come $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$.

È chiaro che solo per il vuoto è $\epsilon_r = 1$ perché $\epsilon_r = \epsilon_0 / \epsilon_0 = 1$ mentre in tutti gli altri casi sarà sempre $\epsilon_r > 1$ perché, come abbiamo scritto prima, è sempre $\epsilon_0 < \epsilon$.

Si può far vedere che $\epsilon_r = F_0 / F$ dove con F_0 si indica la forza di Coulomb elettrica tra le cariche nel vuoto e quindi si vede che la ϵ_r acquista il significato fisico del rapporto tra la forza coulombiana F_0 nel vuoto e la forza coulombiana F delle stesse cariche nel mezzo considerato.

Questo risultato è molto importante. Lo richiameremo più avanti, nel corso della presente tesina, in relazione ad una analoga costante, la costante μ , nel campo magnetico.

Poiché una carica elettrica, introdotta in un campo elettrico, è sottoposta ad una forza \vec{F} che è proporzionale alla carica stessa, segue che si definisce intensità del campo elettrico \vec{E} , in un punto, il rapporto tra la forza elettrica che agisce sulla carica e la carica stessa:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

da cui: $\vec{F} = \vec{E} * q$ indica la forza \vec{F} che agisce su una carica q posta in un punto del campo.

Vediamo un po'. Se esiste la legge di Coulomb elettrica significa che quando una carica è posta in un campo elettrico, comunque generato, essa è soggetta a tale legge e quindi, se non è sottoposta a vincoli, è libera di muoversi nello spazio a causa dell'azione della forza \vec{F} .

Ora, non essendo il campo elettrico un campo probabilistico, ma un campo deterministico si ha che una carica immessa in un campo elettrostatico è costretta a muoversi lungo un tracciato, cioè un percorso ben preciso, che dipende unicamente e dal campo e dal punto occupato dalla carica, ciò significa che nessun percorso si incrocerà con un altro percorso, a meno che non si tratti dei punti in cui si trovano le cariche sorgenti.

Sorvolando sul fatto che per detti percorsi, le "linee di forza" appunto, esistono delle tecniche alquanto semplici per visualizzarli, tecniche che qui non illustriamo, si può anche dire che esiste un meccanismo, inventato dal Faraday, che sfruttando la descrizione del campo fatta dalle linee di forza, permette di visualizzare dove il campo è più intenso e dove lo è meno col "trucco" di aumentare o diminuire la densità di tali linee là dove il campo è rispettivamente più o meno intenso, ovviamente rispondendo tutto ciò ad una legge matematica ben precisa, che è appunto quella di Faraday, che pure tralasciamo di discutere.

A questo punto sarebbe molto opportuno far vedere qualche esempio della struttura di campo elettrico dovuto almeno a due cariche elettriche, uguali o meno, dello stesso segno e di segno opposto. Omettiamo però di farlo per un problema dovuto alla difficoltà del software, con il quale viene stampata questa tesina, a fare questo tipo di disegno, anche perché sappiamo che questa tesina verrà letta da “addetti ai lavori” e quindi saremo certamente scusati per tale mancanza. D'altra parte sono campi elettrici che si trovano disegnati in qualunque testo di fisica.

Introdotta così il concetto di campo elettrico con le sue brave linee di forza che lo rappresentano, il prossimo passo, importante nello sviluppo del nostro percorso storico, è quello di introdurre il concetto di “flusso elettrico attraverso una superficie orientata piana” o come si dice “flusso elettrico concatenato con una superficie orientata piana”.

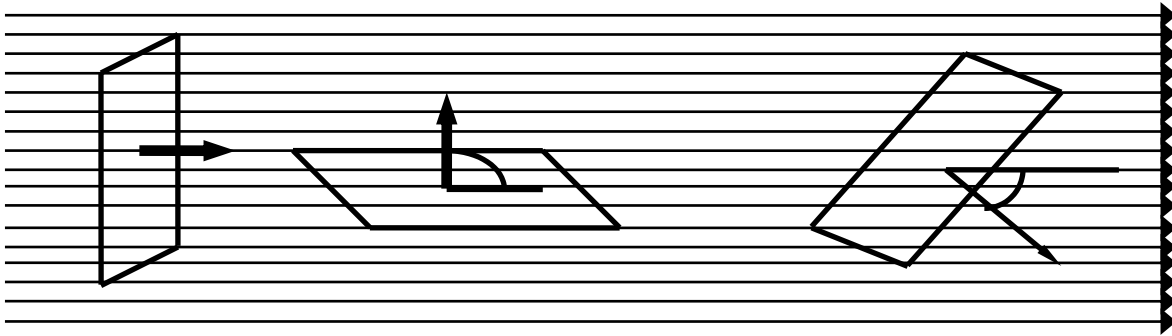
L'approccio più semplice per illustrare questo concetto, è quello di riferirci, in un primo momento, ad un campo elettrico uniforme, non importa di quale intensità, cioè dove le linee di forza sono tutte rettilinee e parallele, più o meno addensate, in uno spazio sufficientemente grande, in modo da essere sicuri della sua uniformità in uno spazio abbastanza ampio.

In questa situazione così semplificata, il concetto di flusso concatenato con una superficie orientata piana è esprimibile, in parole molto povere, ma nello stesso tempo abbastanza chiare, come dato dal numero di linee di forza che attraversano detta superficie, per esempio rettangolare, comunque messa in questo spazio descritto prima.

Questo concetto è matematizzabile abbastanza facilmente con l'equazione seguente:

$$\psi(E) = E * S * \cos \alpha \quad (2)$$

dove: con ψ si indica il flusso di \vec{E} concatenato con S ,
 con E si indica l'intensità del campo elettrico uniforme,
 con S si indica la superficie orientata piana,
 con α si indica l'angolo che la normale \vec{n} alla superficie orientata piana forma con le linee di forza.



Come si vede, intuitivamente, dal concetto di flusso concatenato con una superficie orientata S espressa a parole e, facilmente dalla sua matematizzazione con la formula (2), segue che il flusso ψ concatenato con la superficie orientata S è massimo quando la superficie è perpendicolare alle linee di forza in quanto allora la sua normale sarà parallela a quelle linee e quindi farà con queste un angolo $\alpha = 0^\circ$ da cui:

$$\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$$

si avrà che la (2) diventa

$$\psi(E) = E * S * 1 = E * S$$

quindi flusso massimo.

Il flusso invece sarà minimo, cioè nullo, quando la superficie S è parallela alle linee di forza in quanto allora la normale a tale superficie sarà perpendicolare a quelle linee quindi sarà $\alpha = 90^\circ$ da cui :

$$\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$$

e si avrà che la (2) diventerà

$$\psi(E) = E * S * 0 = 0$$

quindi flusso nullo.

E' ovvio che in qualsiasi altra posizione il flusso dipenderà dall'angolo che la superficie S o equivalentemente la normale \vec{n} ad essa forma con la direzione delle linee di forza, seguendo la legge del coseno dell'angolo α .

Se il campo non è uniforme, il problema viene risolto dividendo la superficie S in tante minisuperfici, le cui grandezze saranno tanto più piccole quanto più il campo sarà lontano dall'essere uniforme, cioè più il campo non è uniforme più le minisuperfici saranno piccole, in modo che in ogni piccola superficie

il campo si possa ritenere con buona approssimazione quasi uniforme.

Per ognuna di tali minisuperfici poi si ripeterà tutto quanto descritto prima e una volta finite queste operazioni se ne farà la sommatoria, per riavere la superficie S data. Al limite, se la superficie S è stata suddivisa in superfici infinitesime, invece di fare la sommatoria delle stesse, se ne farà l'integrale.

Quanto trattato fin qua ci ha portato a capire, in maniera abbastanza chiara, veloce e senza troppi appesantimenti matematici, che ci avrebbero portato lontano, il concetto di flusso del campo elettrico concatenato con una superficie orientata S .

Per giungere allo stesso concetto per il vettore induzione magnetica dovremo percorrere più o meno la stessa strada partendo però non dal campo elettrico ma dal campo magnetico, che viene

identificato dal vettore \vec{H} .

Anche qua diamo qualcosa per noto ed esattamente il concetto di magnete naturale e magnete artificiale, di massa magnetica, di corpo magnetizzato e no, di magnetizzazione e di smagnetizzazione di un corpo, quindi di magnete o calamita con i suoi due poli Nord e Sud e l'impossibilità di separarli, a differenza di quello che avviene nel campo elettrico, dove le cariche elettriche possono venir separate.

Per trattare il campo magnetico alla stessa maniera del campo elettrico, data l'impossibilità dei poli magnetici ad essere

separati, forniamoci di un ago magnetico sorgente e di un ago magnetico esploratore, quest'ultimo di massa magnetica molto piccola per non alterare il campo, molto lunghi in modo tale che i poli Nord e Sud di ogni ago non si influenzino a vicenda.

Con questa situazione fisica sperimentale così organizzata, definiamo il campo magnetico, generato da "un polo magnetico", così come abbiamo fatto per il campo elettrico, come "quella modificazione dello spazio fisico circostante un tale polo magnetico, che teoricamente si estende dal punto in cui si trova il polo stesso fino all'infinito, capace di manifestare delle forze magnetiche su masse magnetiche introdotte in questo spazio".

Anche qui ovviamente lo spazio non si estende fino all'infinito, ma è limitato ad uno spazio abbastanza limitato attorno al polo che origina il campo in quanto anche per il campo magnetico esiste una legge di Coulomb magnetica che afferma che la forza magnetica decade col quadrato della distanza dal polo magnetico sorgente.

La legge di Coulomb magnetica è:

$$F = \frac{1}{4\pi\mu} * \frac{M_1 M_2}{R^2} \quad (3)$$

dove F è la forza magnetica,

M₁ è la massa magnetica del polo sorgente,

M_2 è la massa magnetica del polo esploratore,

R è la distanza tra i due poli,

μ è la permeabilità magnetica assoluta,

che è la responsabile dell'intensità della forza F che dipende dal mezzo nel quale i due poli sono immersi.

Nel vuoto la μ viene indicata con μ_0 .

Si intravede che il ruolo giocato dalla μ nel campo magnetico è lo stesso di quello giocato da ε nel campo elettrico.

Infatti anche qui si può definire una permeabilità magnetica relativa μ_r definita come $\mu_r = \mu / \mu_0$.

Potendosi dimostrare anche qui che $\mu_r = F_0 / F$ si vede che la μ_r acquista il significato fisico, analogo alla ε_r , di rapporto tra la forza coulombiana F_0 nel vuoto e la forza coulombiana F delle stesse masse magnetiche nel mezzo considerato.

Ma qui esiste una sostanziale differenza col campo elettrico: mentre lì era sempre $\varepsilon_r \geq 1$ qui si può avere:

$$\mu_r < 1, \quad \mu_r > 1, \quad \mu_r \gg 1$$

circostanza che afferma che, dal punto di vista magnetico, i corpi hanno tre tipi di comportamento diverso, che qui non discutiamo.

In analogia al campo elettrico, poiché anche qui la forza che agisce sulla massa magnetica del polo esploratore è proporzionale alla massa magnetica del polo stesso, definiamo

l'intensità del campo magnetico \vec{H} in un punto, il rapporto tra la forza magnetica \vec{F} , che agisce sulla massa magnetica del polo esploratore e la massa magnetica stessa:

$$\vec{H} = \frac{\vec{F}}{M}$$

*da cui : $\vec{F} = \vec{H} * M$ indica la forza \vec{F} che agisce sulla massa magnetica M del polo posta in un punto del campo.*

Per visualizzare il campo magnetico che abbiamo appena introdotto, dobbiamo discutere delle linee di forza che lo rappresentano, così come si è fatto per il campo elettrico.

Per visualizzare il campo \vec{H} abbiamo bisogno di un corpo esploratore, che ora si concretizza in un piccolissimo ago magnetico dotato di pochissima massa magnetica.

Vediamo subito un'altra differenza con il campo elettrico.

Lì, le cariche lasciate libere si mettevano in moto lungo una linea di forza, qui, invece, un ago magnetico lasciato libero ruota attorno al proprio baricentro orientandosi secondo le linee di forza del campo.

Disponendo di tanti piccoli aghi esploratori, oppure spostando sempre lo stesso ago da un punto al punto vicino, si può verificare che mentre nel campo elettrico le linee di forza vanno dalla carica verso l'infinito oppure verso un'altra carica di segno opposto posta nelle vicinanze, nel campo magnetico, invece, le linee di forza si richiudono sempre su sé stesse, uscendo dal polo Nord e rientrando nel polo Sud.

Anche per tali linee esiste una tecnica abbastanza semplice che ci permette di visualizzarle.

Una volta avuta la possibilità di visualizzare tali linee di forza, si può mostrare il campo magnetico, con tutte le sue caratteristiche, alla stessa maniera del campo elettrico, regola di Faraday compresa e quindi si può studiare il flusso attraverso una superficie piana orientata S alla stessa maniera del campo elettrico.

*In effetti ciò è possibile, ma ad un certo punto, verso la fine del 1700 e la prima metà del 1800, si scoprì un fatto molto importante: **il campo magnetico e quello elettrico, che fino ad allora venivano trattati separatamente, ognuno per conto suo, invece interagivano!***

Una volta ricordato che l'elettrodinamica tratta delle cariche in movimento e che in particolare la corrente elettrica continua è un moto ordinato di cariche che si muovono in genere in un supporto materiale (i conduttori: solidi o liquidi che siano), uno studioso, un certo Oersted, scoprì, in quegli anni, che una corrente elettrica continua circolante in un filo elettrico, faceva ruotare, orientandolo, un ago magnetico posto nelle vicinanze.

Era la sicura dimostrazione che una o più cariche elettriche in moto generano un campo magnetico associato al moto di tali cariche! Infatti solo un campo magnetico può interagire con un ago magnetico.

Una volta fatta questa osservazione, acquisita questa scoperta, in brevissimo tempo si seppero trattare oltre ai fili, anche le spire e i solenoidi percorsi da corrente continua e dobbiamo al genio di Ampere la scoperta che questi due ultimi elementi, le spire ed i solenoidi appunto, hanno un comportamento equivalente a quello di un magnete, cioè, se percorsi da corrente continua, presentano alle facce opposte due poli, il polo Nord ed il polo Sud o polo positivo e polo negativo, ed inoltre il solenoide, se abbastanza lungo, cioè se la sua lunghezza è parecchie volte il diametro delle spire elicoidali di cui è composto, al suo interno produce un campo magnetico uniforme.

L'esperienza di Oersted, a parte che è molto importante in assoluto, è per noi molto importante perché, finalmente, ci permette di introdurre il vettore induzione magnetica.

Infatti, se definiamo l'azione del conduttore percorso da corrente continua sull'ago magnetico come "azione elettromagnetica" e, per il principio di azione e reazione, reciprocamente, l'azione di un magnete su un conduttore percorso da corrente continua come "azione magnetoelettrica" si può montare un'esperienza dove tra le espansioni polari di un magnete è collocato un conduttore percorso da corrente, che in qualche maniera è libero di muoversi, in modo che il campo magnetico \vec{H} ed il vettore intensità di corrente elettrica \vec{I} siano tra loro perpendicolari.

Fatta partire questa esperienza si vede che il conduttore percorso da corrente e libero di muoversi è sollecitato da una forza \vec{F} perpendicolare sia al campo \vec{H} che al vettore \vec{I} il cui verso dipende dall'orientazione reciproca dei due vettori \vec{H} e \vec{I} .

Questa forza segue la seguente relazione di Laplace:

$$F = B * I * l \quad (4)$$

cioè è direttamente proporzionale al vettore campo magnetico \vec{H} , al vettore intensità di corrente \vec{I} e alla lunghezza l (elle) del conduttore.

Il coefficiente di proporzionalità B è il modulo di un vettore \vec{B} , detto “**vettore induzione magnetica**”, che è definito, in ogni punto del campo magnetico, ed è legato al vettore campo magnetico \vec{H} mediante la relazione:

$$\vec{B} = \mu * \vec{H}$$

Questo collegamento tra \vec{H} e \vec{B} è molto importante perché si può dimostrare che:

- 1) - in tutti i punti di un mezzo isotropo il vettore \vec{H} ed il vettore \vec{B} hanno linee di forza coincidenti!
- 2) - indicando con \vec{H}_0 e \vec{B}_0 i rispettivi vettori nel vuoto la precedente relazione si scrive:

$$\vec{B}_0 = \mu_0 * \vec{H}_0 \quad (5)$$

da cui si deduce che i vettori \vec{H}_0 e \vec{B}_0 , non solo, come si è detto al punto 1), hanno le linee di forza coincidenti, ma anche moduli

rispettivamente tra loro proporzionali, il che sta a significare che ogni punto del campo magnetico può essere indifferentemente caratterizzato dal vettore \vec{H}_0 o \vec{B}_0 .

Giunti a questo punto siamo finalmente arrivati alla fine della nostra ricerca. Abbiamo identificato il vettore induzione magnetica \vec{B} che ci eravamo prefissi di trovare.

Abbiamo visto che può essere trattato qualitativamente come il vettore \vec{H} che a sua volta, dal punto di vista del flusso, può essere studiato come il campo \vec{E} .

Facendo il percorso a ritroso abbiamo risposto completamente al tema proposto.

Come per il campo elettrico, anche qui sarebbe opportuno far vedere la struttura del campo magnetico generato da un magnete rettilineo o equivalentemente da un solenoide, ma omettiamo ancora di farlo per le stesse difficoltà addotte a pag. 5.

È chiaro che tutta la tesina è stata orientata unicamente a introdurre, derivandolo secondo una linea di sviluppo storico, il vettore \vec{B} ; non si poteva trattare di tale campo senza far vedere che cosa era e da dove scaturiva!

Quale appendice a questa tesina ci piace far vedere come il concetto di flusso sia stato sfruttato, in maniera egregia, dalla ricerca scientifica, si può dire appena l'altro giorno.

*Tutti, credo, specie perché siamo italiani, abbiamo seguito con molto orgoglio e partecipazione la doppia avventura del **TETHERED**, che, lanciato nello spazio in orbita attorno alla Terra, dalla NASA per conto dell'ASI, con scienziati astronauti italiani a bordo, ha cercato di produrre energia elettrica sfruttando il campo magnetico terrestre.*

*Il fatto che in entrambi i tentativi ci siano stati degli incidenti, anzi al secondo tentativo, come ben sappiamo, l'apparecchiatura è stata addirittura persa nello spazio orbitale intorno alla Terra e poi si è distrutta per attrito al rientro dell'apparecchio nell'atmosfera terrestre, per decadimento dell'orbita, non ha alcuna importanza. Così va la ricerca scientifica: risorge ogni volta dalle sue ceneri come l'araba fenice. Non ci scordiamo il motto di Galilei: **provando e riprovando**, (si ottengono i risultati, obiettivi delle nostre ricerche).*

Con questi tentativi si è dimostrato, se ce n'era bisogno, che, anche su grande scala, è possibile sfruttare i principi della fisica che, nel nostro piccolo, sfruttiamo, quasi inconsapevolmente ogni giorno nella nostra vita quotidiana quando in casa usiamo i vari piccoli elettrodomestici oppure quando girando per il mondo usiamo le grandi macchine che la tecnica ci ha messo a disposizione per alleviare il nostro lavoro di tutti i giorni.

Qual era il principio su cui si basava il tentativo fatto dal Tethered per produrre energia elettrica?, meglio, essendo il filo un circuito aperto, per produrre tensione ai capi del filo conduttore? Quello semplicissimo, studiato dal Faraday ed espresso dalle sue leggi: il taglio, da parte del filo conduttore appeso al Tethered, ed a una certa velocità non indifferente, delle linee di forza del campo magnetico terrestre, durante l'orbitare della navicella, quale satellite della Terra, attorno alla stessa.

Riflettiamo: in questa esperienza le misure delle grandezze coinvolte erano misurate su scala astronomica:

--- il campo magnetico è quello generato dalla nostra Terra!,

--- il filo conduttore avrebbe dovuto misurare, se l'esperimento fosse riuscito nella sua totalità, la bellezza di 21 Km!,

--- la velocità di rivoluzione della navicella intorno alla Terra non era tanto piccola. Appena, si farà per dire, 25000 Km/h!

--- tempo occorrente per il compimento dell'orbita: 90 min!

Non sono grandezze di tipo astronomico?